



**زیربرنامه:**

ConMeanFlow\_RoeEC

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان** | مرتضی نامور |  |
| **تهیه کنندگان مستند** | مرتضی نامور | |
| **تاییدکنندگان** |  | |
| **تاریخ تنظیم سند** | 22/02/94 | |
| **شناسه سند** | **MC2F090F1** | |
| **زبان برنامه‌نویسی** | **Fortran 90** | |

1. وظایف

در زیربرنامه‌ی حاضر، مقدار بخش جابجایی معادلات حاکم با استفاده از روش آنتروپی- سازگار رو[[1]](#footnote-1)(Roe EC) محاسبه می‌گردد. در این روش از اطلاعات به‌دست آمده از بردارهای مشخصه‌ی سیستم[[2]](#footnote-2) برای بازسازی شار استفاده می‌شود که با فیزیک جریان به‌خوبی همخوانی داشته و به همین دلیل نیز اتلاف عددی بسیار کمی را به میدان حل اضافه می‌کند. برخلاف روش اصلی رو که شرط مربوط به آنتروپی یا قانون دوم ترمودینامیک را ارضا نمی‌نمود و فرمول‌های مختلفی را برای تصحیح آنتروپی به‌کار می‌برد، در روش جدید با بازتعریف نمودن نحوه‌ی میانگین‌گیری متغیرها بر روی اضلاع حجم کنترل، مقدار کمیت آنتروپی پایستار باقی مانده و دیگر نیازی به استفاده از فرمول‌های تصحیح آنتروپی نیست. این زیربرنامه می‌تواند برای جریان‌های غیرلزج، آرام و مغشوش بکار برده شود.

1. توضیحات و تئوری

بخش جابجایی معادلات نشان‌دهندة شار عبوري از مرز‌هاي سلول مي‌باشد. در اینجا نحوه‌ی گسسته‌سازی بخش جابجایی معادلات به کمک روش آنتروپی- سازگار رو شرح داده می‌شود.

معادلات حاکم بر جریان غیرلزج معادلات اویلر می‌باشد که در دو بعد و به فرم ماتریسی به صورت زیر نوشته می‌شود[1] :

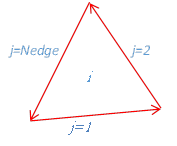
|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که پس از انتگرال گیری به روش حجم محدود بر روی هر سلول خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

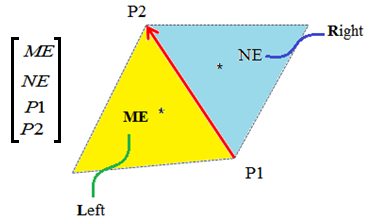
اگر مرزهای حجم کنترل یعنی *s* را در یک شبکه محاسباتی بصورت گسسته شده مانند ‏شکل (1) در نظر بگیریم، بخش جابجایی معادلات برای هر سلول بصورت زير محاسبه می‌شود[2] :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |



1. مرزهای گسسته شده یک سلول[2]

در رابطه‏(3)*j*  شمارنده اضلاع حجم کنترل مي‌باشد. ذکر این نکته بسیار حائز اهمیت است که فرض می‌شود مقادیر بقایی *W* در یک حجم کنترل برابر مقدار آن در مرکز حجم کنترل است. همچنین با توجه به حساسیت و توجه بسیار به ساختار داده‌ای در هنگام پیاده‌سازی روش آنتروپی- سازگار رو، یکبار دیگر نحوه ذخیره‌سازی نقاط و همسایه‌های یک ضلع آورده می‌شود:



1. سلول های سمت چپ و راست یک ضلع[2]

در محاسبه شارها منظور از Lهمان سلول سمت چپ يا در واقع همان سلول اصلی و R نشان‌دهنده سلول سمت راست يا سلولي که در همسايگي سلول اصلی قرار دارد، می باشد.

ماتریس متغیرهای بقایی () و شارهای جابجایی () در دو بعد به صورت زیر می‌باشند:

|  |  |
| --- | --- |
|  | , , |

که در آن برای آنتالپی داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با در نظر گرفتن رابطه ‏(4)، می توان شار جابجایی عبوری از هر ضلع سلول () را بصورت زیر بازنویسی نمود[2] :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در رابطه‌ی ‏(6)، برای ، که سرعت عمود بر ضلع می‌باشد داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

بی‌شک شناخته‌‌ شده‌‌ترین روش حل تقریبی مسئله‌ی ریمان[[3]](#footnote-3) تا به امروز روش ارائه شده توسط رو (Roe) بوده که آن را در مقاله‌ای[3] که در سال 1981 منتشر کرد ارائه نمود. از آن زمان تاکنون این روش نه تنها تصحیح و تکمیل شده است که در محدوده‌ی وسیعی از مسایل فیزیکی نیز به کار گرفته شده است[4].

روش محاسبه‌ی شار Roe، جزو گروه تجزیه تفاوت شار[[4]](#footnote-4) (FDS) به شمار می‌رود که در آن مقدار شار جابجایی عبوری از هر وجه حجم کنترل با به‌دست آوردن یک حل دقیق برای مسئله‌ی ریمانی که تقریب زده شده است، بازسازی[[5]](#footnote-5) می‌شود و سعی بر این است که تفاوت بین اثر موج‌های پیش و پس رونده در روند حل معادلات اعمال گردد که در واقع شرط اساسی در گروه روش‌های بالادست می‌باشد. بالادست بودن روش Roe سبب شده است که برای جریان‌های شامل شوک از دقت خوبی برخوردار باشد[4].

یکی از مهم‌ترین مشکلات روش اصلی Roe در نواحی است که انبساط صوتی در جریان سیال رخ می‌دهد چرا که سبب به وجود آمدن جواب‌های غیر واقعی در فضای حل می‌گردد، مانند شوک‌های انبساطی[[6]](#footnote-6) یا پدیده‌ی کربانکل[[7]](#footnote-7). به همین دلیل نیاز است تا برای اجتناب از به وجود آمدن چنین جواب‌هایی شرط مربوط به آنتروپی ارضا گردد. وجود شوک انبساطی در میدان حل در تناقض با قانون دوم ترمودینامیک می‌باشد، چرا که در این حالت آنتروپی جریان سیال کاهش می‌یابد[5]. در عبور جریان سیال با سرعت مافوق صوت از روی اجسام با لبه ضخیم[[8]](#footnote-8) مانند نیمه-استوانه، یک شوک بسیار قوی به نام شوک خمیده[[9]](#footnote-9) در جلوی جسم رخ می‌دهد. در صورتی که به جای داشتن یک شوک خمیده‌ با شکلی کاملاً صاف در بالادست جسم، دو شوک مایل همراه با دو گردابه در جلوی نقطه‌ی سکون جسم تشکیل گردد به آن پدیده‌ی کربانکل گفته می‌شود که سبب ناپایداری میدان حل می‌گردد[6].

یک مسئله مقدار مرزی اولیه ریمان را در فرم پایستار به صورت زیر در نظر می‌گیریم که متناظر با معادله اویلر زمانمند در حالت یک بعدی می‌باشد[4]:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در روش Roe هدف یافتن یک تقریب مستقیم برای شار درون سلول ( ) است که برای این کار باید مسأله‌ی ريمان بصورت تقريبي حل گردد. در ابتدا ماتريس ژاكوبين بصورت زير تعريف می‌گردد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و با خطي‌سازي معادلات پايستاري

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

توسط قاعده زنجيره‌اي می‌توان نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در نگرش Roe ، ماتريس ژاكوبين با ماتريس ژاكوبين ثابت كه بصورت رابطه زیر تعريف مي‌شود، جايگزين مي‌گردد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

كه تابعي از مقادير حالت و كه مقاديري ثابت هستند، مي‌باشد.

اكنون مسأله ريمان غيرخطي‏(8)، به يك مسأله ريمان با ضرائب خطي زير تبديل مي‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

كه سپس بصورت دقيق حل مي‌گردد.

حال اگر که رابطه ‏(13) را در نظر بگیریم، می‌دانیم که ماتریس ژاکوبین به صورت موضعی مقداری ثابت دارد و در صورتی که مقدار این ماتریس برابر صفر گردد، بدان معناست که بوده و مقداری ثابت داشته و با زمان تغییر نمی‌کند. بنابراین بدون توجه به زمان و مکان صفر شدن ماتریس و اینکه در آنجا یک موج فشاری یا انبساطی داریم، مقدار اولیه‌ی اعمال خواهد شد که از نظر فیزیکی اشتباه است. مقدار ماتریس ژاکوبین در صورتی صفر می‌گردد که مقادیر ویژه‌ی آن یا همان سرعت موج () برابر صفر گردد. این حالت در نواحی از میدان حل رخ می‌دهد که انبساط با سرعت صوت رخ دهد که به آن انبساط صوتی[[10]](#footnote-10) گفته می‌شود. این نواحی را می‌توان با جست و جو نمودن مکان‌هایی که در آنها مقدار به نزدیکی صفر می‌رسد مشخص نمود تا شوک انبساطی غیر فیزیکی ایجاد شده در این نواحی را با پخش نمودن آن از طریق یک فن انبساطی از بین برد. فرآیند پخش نمودن بدین گونه است که با استفاده از فرمول‌های تصحیح آنتروپی، مقدار سرعت موج () را از مقدار اصلی‌اش که نزدیک صفر است بدون اینکه بر روی بقیه فضای حل تأثیری بگذارند، دور می‌کنند[5].

فرمول‌های متعددی در مقالات مختلف[5,7,8] برای تصحیح آنتروپی پیشنهاد گردیده است که هدف تمامی آنها جلوگیری از ایجاد جواب‌های غیرواقعی در فضای حل می‌باشد، ولی هیچ‌کدام عام نبوده و تنها برای شرایط جریان خاصی کاربرد دارند. بنابراین با توجه به تلاش‌های صورت پذیرفته به منظور ارائه‌ی فرمول‌های مختلف تصحیح آنتروپی و معایب و مزایای هر کدام، رو و همکاران[6,10] به این نتیجه رسیدند که روشی را پیشنهاد دهند که در آن مقدار کمیت آنتروپی پایستار باقی بماند و دیگر نیازی به استفاده از فرمول‌های تصحیح کننده آنتروپی نباشد.

سیستم معادلات مربوط به قانون بقا در برخی از مسایل علاوه بر معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی یک معادله‌ی دیگر را برای کمیت آنتروپی در نظر می‌گیرد که مقدار آن در حل‌های هموار[[11]](#footnote-11) پایستار باقی مانده و در نواحی شامل شوک افزایش می‌یابد. روش‌های عددی حل معادلات بقا، رفتار کمیت آنتروپی را در حالت کلی درست پیش‌بینی می‌کنند ولی تنها روش‌های خاصی هستند که مقدار آن را کاملاً دقیق محاسبه می‌کنند. به روشی حفظ‌کننده‌ی آنتروپی[[12]](#footnote-12) گفته می‌شود که در آن مقدار تغییرات موضعی آنتروپی دقیقاً برابر با مقداری باشد که از قانون پایستاری آنتروپی به‌دست می‌آید و به روشی آنتروپی- پایدار[[13]](#footnote-13) گفته می‌شود که آنتروپی تولیدی آن بیشتر از آنتروپی پیش‌بینی شده در روش حفظ‌کننده‌ی آنتروپی باشد[9,10].

در سال 2006، رو و همکاران[6] یک روش آنتروپی- پایدار را معرفی نمودند که فرمولی مشابه با روش رو اصلی[3] داشته و از نظر هزینه‌ی محاسبات نیز تقریباً یکسان بود. با استفاده از این روش جریان فراصوتی[[14]](#footnote-14) پیرامون یک نیمه استوانه را مورد بررسی قرار دادند و مشاهده شد که بر خلاف روش رو اصلی از پدیده‌ی کربانکل خبری نیست و در جلوی جسم یک شوک خمیده‌ی هموار تشکیل می‌گردد. ولی در مسئله‌ی لوله‌ی شوک[[15]](#footnote-15) به دلیل به اندازه نبودن مقدار آنتروپی تولیدی در این روش، اضافه جهش[[16]](#footnote-16) در نزدیکی محل شوک رخ داد. در سال 2009، رو و همکاران[9] دو روش دیگر را ارائه نمودند که این بار آنتروپی سازگار بوده و مقدار کمیت آنتروپی را به‌درستی و به اندازه‌ی کافی تعیین می‌نمود که برای جریان‌های فراصوتی بسیار پراهمیت می‌باشد. تمرکز روش‌های جدید بر پایداری شوک بوده چرا که از رخداد پدیده‌ی کربانکل و ایجاد نوسان در فضای حل جلوگیری می‌کند. از طرفی ناپیوستگی تماسی[[17]](#footnote-17) را نیز در فرآیند بازسازی شار حفظ می‌کند که این خود سبب می‌گردد تا جریان درون ناحیه‌ی لایه مرزی با کم‌ترین میزان پخش‌شوندگی[[18]](#footnote-18) و مانند روش اصلی رو مدل گردد. در بخش‌های زیر این روش‌ها توضیح داده می‌شود:

در ابتدا معادله‌ی اویلر برای یک گاز کامل در نظر می‌گیریم[9] :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در آن و به ترتیب بردار متغیرهای بقایی و شار جابجایی هستند که در رابطه ‏(4) تعریف شده‌اند و نیز ماتریس ژاکوبین شارهای جابجایی است[11] :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

تابع آنتروپی[[19]](#footnote-19) () را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در رابطه بالا ، کمیت آنتروپی فیزیکی[[20]](#footnote-20) بوده و برابر است با:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و برای متغیرهای آنتروپی () خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

شار جابجایی آنتروپی- پایدار برای معادلات اویلر به فرم زیر تعریف می‌گردد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که شار جابجایی آنتروپی- پایستار[[21]](#footnote-21) بوده و متغیرهای مورد استفاده در آن از یک میانگین‌گیری خاص () که مقدار آنتروپی را پایستار نگه می‌دارد، به دست می‌آید.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

برای میانگین‌گیری ابتدا تعاریف زیر را در نظر می‌گیریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

بنابراین متغیرهای میانگین‌گیری شده‌ی جریان بر اساس میانگین‌گیری جبری (رابطه ‏(23)) یا لگاریتمی (رابطه ‏(24)) به‌دست می‌آیند:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

برای میانگین‌گیری جبری از متغیر دلخواه داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و برای متغیر دلخواه میانگین‌گیری لگاریتمی به صورت زیر تعریف می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

ولی در این رابطه در صورتی که از نظر عددی به مشکل برمی‌خوریم. برای غلبه بر این مشکل میانگین‌گیری لگاریتمی را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و شبه کد مربوط به میانگین‌گیری لگاریتمی را می‌توان به فرم زیر نوشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  | else  end if |

در رابطه‌ی ‏(19)، ماتریس بردارهای ویژه‌ی سمت راست ماتریس ژاکوبین شار جابجایی بر اساس متغیرهای میانگین‌گیری شده بوده و از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید[11] :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

نیز ماتریس اتلافی مثبت[[22]](#footnote-22) بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که ماتریس قدر مطلق مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین شار جابجایی می‌باشد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و ماتریس ضریب مقیاس[[23]](#footnote-23) می‌باشد که تساوی را برقرار می‌کند:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

شار جابجایی آنتروپی- سازگار1[[24]](#footnote-24) را نیز مانند شار جابجایی آنتروپی- پایدار (رابطه ‏(19)) تعریف می‌کنیم[10]، با این تفاوت که ماتریس اتلاف به فرم زیر تعریف می‌گردد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در آن بدین معناست که تنها به ترم‌های مقادیر ویژه مربوط به موج آکوستیک[[25]](#footnote-25)، اتلاف بیشتری اضافه می‌شود.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

منظور از علامت براکت () می‌باشد.

در نهایت، پس از انجام آزمایش‌های عددی مختلف[9] بدین نتیجه رسیدند که برای داشتن مقدار آنتروپی مناسب و به اندازه در نواحی مادون و مافوق صوت در نزدیکی شوک، نیاز به تعریف ماتریس اتلاف به صورت زیر می‌باشد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

به این روش محاسبه‌ی شار جابجایی آنتروپی- سازگار2[[26]](#footnote-26) گفته می‌شود، که برای آن با اضافه نمودن مقدار کمی اتلاف به موج‌های آکوستیک در ماتریس مقادیر ویژه خواهیم داشت:

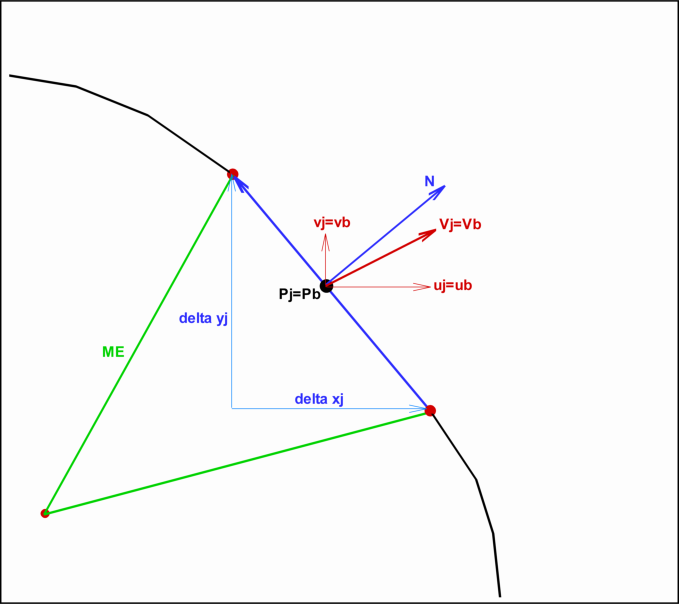
|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و مقدار ثابت بر اساس تجربه برابر قرار داده می‌شود و برای داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و می‌باشد. اختلاف مقدار عدد ماخ در دو سمت ضلع بوده و مقدار ثابت نیز به صورت تجربی تعیین می‌گردد.

از آنجایی که در اضلاعی که بر روی مرز دوردست قرار دارند، مقادیر مورد نیاز در میانه ضلع با استفاده از شرایط مرزی دوردست بدست می آید، در اینجا مقادیر بدست آمده از شرایط مرزی دوردست بجای مقادیر میانه ضلع قرار داده می شود و روش ROE برای اینکار استفاده نخواهد شد. از آنجا که جهت اضلاع همیشه بگونه ای می باشد که میدان محاسباتی در طرف چپ قرار دارد، بنابراین مقادیر محاسبه شده برای بخش جابجایی مستقیما به سلول مجاور آن اضافه می شود. ‏شکل (3) این موضوع را بهتر نشان می دهد.

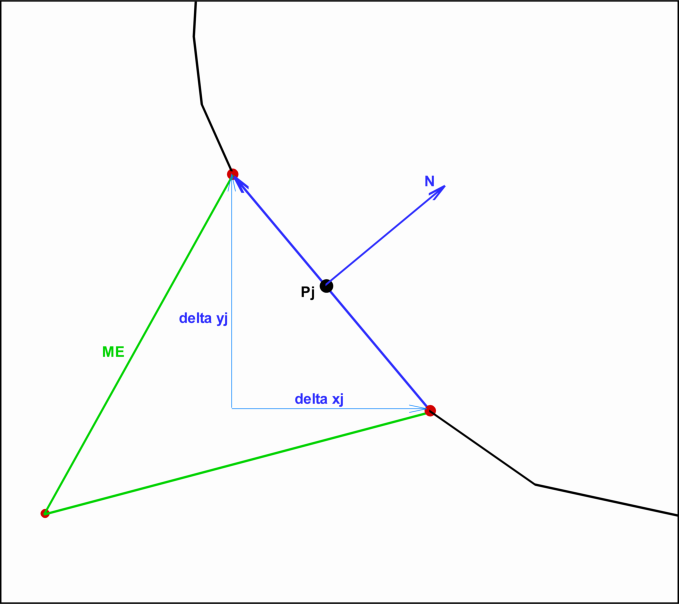


1. محاسبه بخش جابجایی در یک ضلع واقع بر روی مرزی دوردست

از آنجا که شرایط مرزی دیوار در اینجا اعمال می شود بنابراین محاسبه بخش جابجایی سلول های واقع بر روی مرز دیوار با در نظر گرفتن شرایط مرزی دیوار انجام می گردد. با توجه به شرایط مرزی دیوار، برای سلول های واقع بر روی این نوع مرزها فقط بخش شارهای فشار غیرصفر می باشد که باید از رابطه ‏(36) محاسبه گردد.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در اینجا مقدار فشار در میانه ضلع برابر فشار سلول مجاور آن قرار داده می شود.



1. محاسبه بخش جابجایی در یک ضلع واقع بر روی مرز دیوار

جهت پرهیز از استفاده از دستورهای شرطی و در نتیجه صرفه جویی در زمان محاسبات، با توجه به نوع اضلاع، محاسبات در حلقه های جداگانه ای انجام می شود. برای این منظور اضلاعی که بر روی مرز دیوار، دوردست و غیرمرزی می باشند در حلقه های جداگانه ای محاسبه مقدار بخش جابجایی برای آنها انجام می شود.

1. بخش‌های زیربرنامه ROE\_EC\_METHOD
2. مقداردهی اولیه به آرایه مربوط به ذخیره بخش جابجایی

از آنجا که محاسبات مربوط به بخش جابجایی هر سلول بر روی اضلاع آن انجام می‌شود و این مقادیر به آرایه مربوط به هر سلول اضافه می‌گردد، بنابراین با یک پروسه اضافه کردن مقادیر به مقادیر قبلی مواجه هستیم. به این دلیل باید آرایه‌ی مربوط به این‌کار در ابتدای زیربرنامه برابر صفر قرار داده شود.

1. محاسبه بخش جابجایی سلول‌های واقع بر روی مرزها

تفاوت محاسبه بخش جابجایی این سلول‌ها با سایر سلول‌های شبکه در اینست که در اینجا با استفاده از شرایط مرزی پارامترهای جریان از قبیل سرعت، فشار و چگالی محاسبه شده است و در این بخش تنها با استفاده از آنها مقدار بخش جابجایی محاسبه می‌گردد. توجه شود که در اینجا اضلاع مرزی نیز وارد محاسبات شده است اما با توجه به اینکه از شرط مرزی دیوار برای محاسبه سرعت و فشار در این اضلاع استفاده شده، تنها شارهای فشاری مخالف صفر خواهد بود.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

سلول مجاور ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد. در اینجا چون سلول همسایه هر کدام از اضلاع مربوط به مرز دیوار برابر صفر است، تنها شماره سلول اصلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه مولفه‌های سرعت در راستای محورهای مختصات

مقدار مولفه‌های سرعت بر روی ضلع مورد بررسی در جهت محورهای مختصات با استفاده از مقادیر محاسبه شده با استفاده از شرایط مرزی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه فشار و بردار سرعت عمود بر ضلع

مقدار بردار سرعت در راستای عمود بر ضلع مورد بررسی، تعیین می‌گردد. همچنین مقدار فشار بدست آمده با استفاده از شرایط مرزی در یک پارامتر محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه شار جابجایی

شار جابجایی در اضلاع مرزی با توجه به رابطه ‏(6) محاسبه و در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. تعیین بخش جابجایی معادلات برای سلول‌های واقع بر روی مرزها

مقدار بخش جابجایی معادلات برای سلول‌های واقع بر روی مرزها با توجه به مقادیر محاسبه شده در بخش قبل، در آرایه‌های مربوطه ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه بخش جابجایی سلول‌های غیرمرزی

در اینجا بخش جابجایی سلول‌های غیرمرزی محاسبه می‌گردد.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

شماره دو سلول مجاور ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. ذخیره بردارهای عمود و طول ضلع در پارامترهای محلی

در این روش، به بردارهای عمود یکه نیاز می‌باشد برای این‌کار باید بردارهای عمود بر طول ضلع تقسیم گردد که در اینجا این‌کار انجام می‌شود. بنابراین بردارهای عمود یکه و همچنین طول ضلع در پارامترهای محلی ذخیره می‌شوند.

1. ذخیره اطلاعات سلول‌های سمت چپ و راست ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

در این قسمت اطلاعات مربوط به متغیرهای اولیه سلول‌های سمت چپ و راست مجاور ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه سرعت صوت و آنتالپی

برای محاسبه‌ی متغیرهای اولیه میانگین‌گیری شده نیاز داریم تا سرعت صوت و آنتالپی در مرکز سلول‌های سمت چپ و راست ضلع مورد بررسی تعیین گردد.

1. محاسبه ضرایب مورد نیاز در محاسبه متغیرهای اولیه به روش میانگین‌گیری جبری

مقدار ضرایب مورد نیاز برای محاسبه‌ی متغیرهای اولیه در روش آنتروپی- سازگار2 با استفاده از روش میانگین‌گیری جبری طبق روابط ‏(21) و ‏(23) محاسبه شده و در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه ضرایب مورد نیاز در محاسبه متغیرهای اولیه به روش میانگین‌گیری لگاریتمی

مقدار ضرایب مورد نیاز برای محاسبه‌ی متغیرهای اولیه در روش آنتروپی- سازگار2 با استفاده از روش میانگین‌گیری لگاریتمی طبق روابط ‏(21) و ‏(25) محاسبه شده و در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. تعیین مقدار متغیرهای اولیه میانگین‌گیری شده با روش آنتروپی- سازگار2

مقدار متغیرهای اولیه میانگین‌گیری شده با روش آنتروپی- سازگار2 با استفاده از رابطه ‏(22) محاسبه می‌گردد. مقدار سرعت عمود بر ضلع نیز تعیین می‌شود.

1. محاسبه شار جابجایی آنتروپی- پایستار

شار جابجایی آنتروپی- پایستار با استفاده از متغیرهای اولیه میانگین‌گیری شده با روش آنتروپی- سازگار2 و طبق رابطه ‏(20) محاسبه شده و در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. تعیین مقدار درآیه‌های ماتریس بردارهای ویژه سمت راست

مقدار درآیه‌های ماتریس بردارهای ویژه سمت راست ماتریس ژاکوبین شار جابجایی () با استفاده از متغیرهای اولیه میانگین‌گیری شده با روش آنتروپی- سازگار2 و طبق رابطه ‏(27) محاسبه شده و در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. تعیین روش مورد نظر جهت محاسبه شار جابجایی

در این قسمت با استفاده از متغیر IES نحوه محاسبه شار جابجایی تعیین می‌گردد بدین صورت که اگر IES=0 باشد روش از نوع آنتروپی- پایدار خواهد بود و اگر IES=1 باشد روش آنتروپی- سازگار1 و اگر IES=2 باشد روش آنتروپی- سازگار2 است. لازم به توضیح است که تمامی نتایج با استفاده از روش آنتروپی- سازگار2 به دست آمده است.

1. محاسبه ماتریس اتلاف مثبت به روش آنتروپی- پایدار

درآیه‌های ماتریس اتلاف مثبت () به روش آنتروپی پایدار (IES=0) طبق رابطه ‏(29) محاسبه می‌گردد.

1. تعیین مقدار سرعت عمود بر ضلع

مقدار سرعت عمود بر ضلع برای سلول سمت چپ و راست ضلع مورد بررسی محاسبه می‌شود.

1. محاسبه ماتریس اتلاف مثبت به روش آنتروپی- سازگار1

درآیه‌های ماتریس اتلاف مثبت () به روش آنتروپی- سازگار1 (IES=1) طبق روابط ‏(31) و ‏(32) محاسبه می‌گردد.

1. تعیین مقدار ضرایب ثابت موردنیاز در ماتریس اتلاف روش آنتروپی- سازگار2

مقدار ضرایب ثابت موردنیاز در ماتریس اتلاف روش آنتروپی- سازگار2 طبق توضیحات متن تعیین می‌شود.

1. تعیین مقدار سرعت عمود بر ضلع

مقدار سرعت عمود بر ضلع برای سلول سمت چپ و راست ضلع مورد بررسی محاسبه می‌شود.

1. تعیین مقدار عدد ماخ

مقدار عدد ماخ برای سلول سمت چپ و راست ضلع مورد بررسی محاسبه می‌شود.

1. محاسبه ماتریس اتلاف مثبت به روش آنتروپی- سازگار2

مقدار ضریب با استفاده از رابطه ‏(35) تعیین گردیده و سپس درآیه‌های ماتریس اتلاف مثبت () به روش آنتروپی- سازگار2 (IES=2) طبق روابط ‏(33) و ‏(32) و ‏(34) محاسبه می‌گردد.

1. محاسبه ماتریس ضریب مقیاس

درآیه‌های ماتریس ضریب مقیاس () با استفاده از متغیرهای اولیه میانگین‌گیری شده با روش آنتروپی- سازگار2 و طبق رابطه ‏(30) محاسبه می‌گردد.

1. محاسبه ماتریس متغیرهای آنتروپی

درآیه‌های ماتریس متغیرهای آنتروپی () با استفاده از متغیرهای اولیه میانگین‌گیری شده با روش آنتروپی- سازگار2 و طبق رابطه‏(18) محاسبه می‌گردد.

1. تعیین مقدار درآیه‌های ماتریس ترانهاده بردارهای ویژه سمت راست

مقدار درآیه‌های ماتریس ترانهاده بردارهای ویژه سمت راست ماتریس ژاکوبین شار جابجایی () با استفاده از متغیرهای اولیه میانگین‌گیری شده با روش آنتروپی- سازگار2 و طبق رابطه ‏(27) محاسبه شده و در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. مقداردهی اولیه به آرایه مربوط به ماتریس ژاکوبین میانگین‌گیری شده

از آنجا که برای هر ضلع، یک ماتریس ژاکوبین میانگین‌گیری شده مخصوص به خود داریم و در فرآیند محاسبه‌ی آن با یک پروسه‌ی اضافه کردن مقادیر به مقادیر قبلی مواجه هستیم بنابراین باید قبل از شروع کردن به محاسبه‌ی این ماتریس، مقادیر تمام درآیه‌های آن را برابر صفر قرار دهیم.

1. محاسبه ماتریس ژاکوبین میانگین‌گیری شده به روش آنتروپی- سازگار2

با در دست داشتن مقادیر ماتریس بردارهای ویژه سمت راست () و ترانهاده‌ی آن ()، ماتریس اتلاف مثبت () و ماتریس ضریب مقیاس () با استفاده از رابطه ‏(19) ماتریس ژاکوبین میانگین‌گیری شده به روش آنتروپی- سازگار2 محاسبه می‌گردد.

1. مقداردهی اولیه به آرایه مربوط به ماتریس ترم اتلاف میانگین‌گیری شده

از آنجا که برای هر ضلع، یک ماتریس ترم اتلاف میانگین‌گیری شده مخصوص به خود داریم و در فرآیند محاسبه‌ی آن با یک پروسه‌ی اضافه کردن مقادیر به مقادیر قبلی مواجه هستیم بنابراین باید قبل از شروع کردن به محاسبه‌ی این ماتریس، مقادیر تمام درآیه‌های آن را برابر صفر قرار دهیم.

1. محاسبه ترم اتلاف عددی روش آنتروپی- سازگار2

با ضرب نمودن ماتریس ژاکوبین میانگین‌گیری شده (بخش ‏بخش 30:) در ماتریس متغیرهای آنتروپی () (بخش ‏بخش 27:)، ترم اتلاف عددی روش آنتروپی- سازگار2 یعنی تعیین می‌گردد.

1. محاسبه شار جابجایی عبوری از ضلع به روش آنتروپی- سازگار2

با محاسبه‌ی ترم اتلاف عددی در بخش قبل و شار جابجایی آنتروپی- پایستار در بخش ‏بخش 16:، مقدار شار جابجایی عبوری از ضلع با روش آنتروپی- سازگار2 توسط رابطه ‏(19) تعیین می‌گردد.

1. تعیین بخش جابجایی معادلات برای سلول اصلی

مقدار بخش جابجایی محاسبه شده در بخش قبل (با علامت مثبت) به مقادیر سلول اصلی ضلع مورد بررسی اضافه می گردد.

1. تعیین بخش جابجایی معادلات برای سلول همسایه

مقدار بخش جابجایی محاسبه شده در بخش قبل (با علامت منفی) به مقادیر سلول همسایه ضلع مورد بررسی اضافه می گردد. علامت منفی بدلیل اینست که بردار عمود ضلع مورد بررسی، مربوط به سلول اصلی می باشد که این مقدار برای سلول همسایه با علامت منفی ظاهر می شود.

1. میانگین‌گیری لگاریتمی از متغیرها

در این بخش با استفاده از شبه- کد نوشته شده در رابطه ‏(26) و نوشتن دستور تابع در زبان فرترن، میانگین دو متغیر به صورت لگاریتمی گرفته می‌شود.

.

1. مراجع

[1] Blazek, J., Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications. United Kingdom, Elsevier Science, 2nd Edition, 2005.

[2] Fletcher, C., Computational Techniques for Fluid Dynamics 1.Germany, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2nd Edition, 1998.

[3] Roe, P., Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes. Journal of Computational Physics, 1981, 43: p. 357-372.

[4] Toro, E., Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics.Germany, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 3th Edition, 2009.

[5] Kermani, M. J., Modified Entropy Correction Formula for the Roe Scheme. United States, 39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2009.

[6] Ismail, F., Roe, P., and Nishikawa, H., A Proposed Cure to the Carbuncle Phenomenon. Belgium, Proceedings of the Fourth International Conference on Computational Fluid Dynamics, ICCFD, 2006.

[7] Harten, A. and Hyman, J. M., Self-Adjusting Grid Methods for One-Dimensional Hyperbolic Conservation Laws. Journal of Comput. Physics, 1983, 50: p. 235-269.

[8] Hoffmann, K. A. and Chiang, S. T., Computational Fluid Dynamics for Engineers. United States, Publication of Engineering Education Systems, Vol. II, 1993.

[9] Ismail, F., and Roe, P., Affordable, Entropy-Consistent Euler Flux Functions II: Entropy Production at Shocks. Journal of Computational Physics, 2009, 228(15): p. 5410-5436.

[10] Ismail, F., Toward a Reliable Prediction of Shocks in Hypersonic Flow: Resolving Carbuncles with Entropy and Vorticity Control. Ph.D. Thesis in Aerospace Engineering, University of Michigan, United States, 2006.

[11] Pulliam, T., Zingg, D., Fundamental Algorithms in Computational Fluid Dynamics. Switzerland, Springer International Publishing, 1st Edition, 2014.

1. Roe Entropy-Consistent [↑](#footnote-ref-1)
2. System Characteristic Vector [↑](#footnote-ref-2)
3. Riemann Problem [↑](#footnote-ref-3)
4. Flux difference splitting [↑](#footnote-ref-4)
5. Reconstruction [↑](#footnote-ref-5)
6. Expansion Shock [↑](#footnote-ref-6)
7. Carbuncle Phenomenon [↑](#footnote-ref-7)
8. Blunt Body [↑](#footnote-ref-8)
9. Bow Shock [↑](#footnote-ref-9)
10. Sonic Expansion [↑](#footnote-ref-10)
11. Smooth Solutions [↑](#footnote-ref-11)
12. Entropy Conservative [↑](#footnote-ref-12)
13. Entropy Stable [↑](#footnote-ref-13)
14. Hypersonic Flow [↑](#footnote-ref-14)
15. Shock Tube [↑](#footnote-ref-15)
16. Overshoot [↑](#footnote-ref-16)
17. Contact Discontinuity [↑](#footnote-ref-17)
18. Diffusion [↑](#footnote-ref-18)
19. Entropy Function [↑](#footnote-ref-19)
20. Physical Entropy [↑](#footnote-ref-20)
21. Entropy Conservative Flux [↑](#footnote-ref-21)
22. Positive Dissipation Matrix [↑](#footnote-ref-22)
23. Scaling Factor Matrix [↑](#footnote-ref-23)
24. Entropy-Consistent 1 [↑](#footnote-ref-24)
25. Acoustic Wave [↑](#footnote-ref-25)
26. Entropy-Consistent 2 [↑](#footnote-ref-26)